

Л.А. БІЛИЙ, О.С. ПОЛІЩУК, О.Л. ШПАК, С.П. ЛІСЕВИЧ

АНАЛІЗ ПЕРІОДИЧНИХ ПРОЦЕСІВ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНИХ ПРИСТРОЇВ
НА ОСНОВІ МАТРИЦІ ПЕРЕХОДУ СТАНІВ

Запропоновано математичну модель синхронної машини, диференціальні рівняння якої представлено в нормальній формі Коші, прискорений метод отримання періодичних процесів на основі матриці переходу станів, приведено алгоритм обчислень періодичних процесів. Завдяки обчисленню матриці переходу станів розширюється метод знаходження початкових умов, які призводять до періодичного процесу, на аналіз режимів електроенергетичних пристроїв з насиченими магнітопроводами.

Ключові слова: синхронна машина, періодичний процес, матриця переходу станів, електромеханічний процес, диференціальні рівняння, інтегрування.

Предложена математическая модель синхронной машины, дифференциальные уравнения которой представлены в нормальной форме Коши, ускоренный метод получения периодических процессов на основе матрицы перехода состояний, приведены алгоритм вычислений периодических процессов. Благодаря вычислению матрицы перехода состояний, расширяется метод нахождения начальных условий, которые приводят к периодическому процессу, на анализ режимов электроэнергетических устройств с насыщенными магнитопроводами.

Ключевые слова: синхронная машина, периодический процесс, матрица перехода состояний, электромеханический процесс, дифференциальные уравнения, интегрирование.

The mathematical model of the synchronous machine, the differential equations of which are presented in the normal form of Cauchy, an accelerated method of obtaining periodic processes on the basis of the transition matrix of states is proposed, and the algorithm for calculating periodic processes is given. Thanks to the calculation of the state transition matrix, the method of finding the initial conditions that lead to a periodic process is expanded to analyze the modes of power devices with saturated magneto resources. In addition, the efficiency of the method is described by the calculation of the electromechanical process, which is the two-phase short circuit of the synchronous generator.

Keywords: synchronous machine, periodic process, transition matrix of states, electromechanical process, differential equations, integration.

Вступ. Знаходження періодичного режиму електроенергетичних пристроїв є еквівалентним рішенням двоточкової крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь. Відомі її рішення, пов'язані з побудовою точкових відображень [1] або розкладанням в ряд Фур'є шуканих функцій, не зовсім вдалі, оскільки при цьому збільшується трудомісткість розрахунку. Особливо це стосується методу точкових відображень, тому область застосування його обмежена. Більш перспективними є методи, що ґрунтуються на знаходженні початкових умов, які призводять до періодичного режиму.

Постановка завдання. Робота присвячена аналізу періодичних режимів електроенергетичних пристроїв, що містять насичені магнітопроводи (електричні машини, трансформатори, реактори тощо). При цьому використовуються методи, описані в роботах [2, 4]. Основні труднощі аналізу полягають у знаходженні матриці переходу станів пристрою. Ця задача вирішена поданням матриці переходу станів у вигляді добутку двох інших матриць, обчислення яких проводиться порівняно просто.

Метою роботи є прискорений пошук періодичних процесів електроенергетичних пристроїв, який базується на виключенні перехідного процесу і відразу призводить до періодичного.

Рівняння електромагнітного стану пристрою запишемо у вигляді:

$$p\Psi = u - \omega\Psi - ri; \quad (1)$$

$$pi = Gp\Psi - G_0, \quad (2)$$

де Ψ, u, i – матриці-стовпці повних поточкозчеп-

лень, напруг, струмів;

ω – матриця кутової частоти обертання (відмінна від нульової тільки при описі пристрою в перетворених координатах);

G_0 – матриця-стовпець ЕРС обертання;

G – матриця зв'язку поточкозчеплення і струмів;

$$G = G(i). \quad (3)$$

В роботі [3] наведено вид матриць G для широкого класу математичних моделей синхронних і асинхронних електричних машин і трифазних трансформаторів.

Оскільки елементи матриці G відповідно до виразу (3) є функцією магнітного стану, то системи (1), (2) є системами нелінійних рівнянь. До цих систем без додаткових обмежень завжди можна застосувати методи аналізу, описані в роботах [2, 4–7]. При цьому елементи матриці-стовпця напруг u як задані величини повинні бути довільними, проте періодичними функціями часу. Елементи матриць-стовпців Ψ та i – гладкими безперервними періодичними функціями часу, що володіють першими похідними за часом і є елементами матриці-стовпця початкових умов. На практиці ці умови завжди виконуються, оскільки контури електроенергетичних пристроїв (електричні машини, трансформатори, фільтри тощо) мають індуктивності. Обчислення елементів матриць G і G_0 здійснюється без урахування гістерезису в магнітопроводах.

Основний матеріал. Знайдемо такий початковий стан $i(0)$, який при інтегруванні рівнянь (1), (2) на інтервалі часу від 0 до T дозволить би отримати періодичний розв'язок $i(t)$ з періодом T (під T

розуміється час, що відповідає найменшому кратному періодів окремих змінних). Тому рішення рівнянь (1), (2) має задовольняти граничну умову:

$$i(0) - i(T) = 0. \quad (4)$$

Умову (4) можна представити у вигляді деякого нелінійного рівняння:

$$F(i(0)) = 0. \quad (5)$$

Його рішення в роботі [1] здійснюється методом кінцевих приростів, а в роботі [4] – методом Ньютона. Ітераційна формула Ньютона має вигляд:

$$i(0)^{k+1} = i(0)^k - [F'i(0)^k]^{-1} (i(0)^k - i(T)^k). \quad (6)$$

Відповідно до виразів (4), (5):

$$F' = (i(0))^k = E - \frac{\partial i(T)^k}{\partial i(0)^k}, \quad (7)$$

де E – одинична матриця.

Диференціюючи рівняння (1) по $i(0)$, отримаємо:

$$pz = -(rG + \omega)z, \quad (8)$$

де

$$z = \frac{\partial \psi}{\partial i(0)}. \quad (9)$$

Відповідно до виразів (2), (9) матрицю переходу станів знаходимо у вигляді добутку двох матриць:

$$\frac{\partial i}{\partial i(0)} = Gz. \quad (10)$$

Матриця G є складовою частиною математичної моделі пристрою, а матрицю z знаходимо в результаті інтегрування рівняння (8).

Згідно з методом сумування кінцевих приростів рівняння (4) слід подати у вигляді:

$$i(0) - i(T) = g(\lambda)d, \quad (11)$$

де $g(\lambda)$ – деяка діагональна матриця, що приймає значення одиничної матриці при $\lambda = 0$ і значення нульової матриці при $\lambda = 1$;

d – матриця-стовпець, що дорівнює початковій нев'язці:

$$d = i(0)^0 - i(mT)^0. \quad (12)$$

У практичних розрахунках достатньо задатися лінійною залежністю:

$$g(\lambda) = (1 - \lambda)E. \quad (13)$$

Число m може приймати будь-яке цілочисельне значення. У практичних розрахунках приймають $m = 1, 2, 3, 4$.

Диференціюючи рівняння (11) за λ , з урахуванням залежностей (7), (12), отримаємо:

$$\frac{\partial i(0)}{\partial \lambda} = [F'i(0)]^{-1} d. \quad (14)$$

Інтегруючи рівняння (14) методом Ейлера від $\lambda = 0$ до $\lambda = 1$ з кроком $\Delta\lambda$, отримаємо ітераційну формулу:

$$i(0)^{k+1} = i(0)^k - [F'i(0)^k]^{-1} d \Delta\lambda, \quad (15),$$

яка відрізняється від формули (6) абсолютною стійкістю рішення, але поступається їй точністю. Тому варто розрахунки проводити за формулою (15), а на кінцевому етапі обчислень використовувати формулу Ньютона (6).

Коли завдання має кілька періодичних рішень, запропонований метод аналізу призводить до одного з них – найближчого до заданих початкових умов. До них, зокрема, слід віднести ферорезонансні режими. Для отримання повної характеристики режиму слід скористатися методом сумування кінцевих приростів, приймаючи збурення, що дорівнюють добутку значень λ на матрицю-стовпець u . Однак це питання виходить за межі цього дослідження.

Наведемо алгоритм обчислень.

1. Маючи на k -й ітерації значення матриці-стовпця $i(t)^k$ (на першому кроці – початкове значення $i(0)^0$), інтегруємо рівняння (1) і (2) на часовому інтервалі від 0 до T .

2. Маючи на k -й ітерації значення матриці $z(t)$ (на першому кроці – початкове значення $z(0)^0$), інтегруємо рівняння (8) на часовому інтервалі від 0 до T .

3. Відповідно до рівняння (10) знаходимо матрицю переходу станів:

$$\frac{\partial i(T)^k}{\partial i(0)^k} = G(T)z(T)^k. \quad (16)$$

4. Використовуючи матрицю (16), знаходимо похідну (7), а потім, відповідно до ітераційних формул (6) або (15), знаходимо уточнені значення матриці-стовпця $i(0)$.

Для прикладу розглянемо розрахунок режиму двофазного короткого замикання модельного синхронного генератора.

Рівняння генератора запишемо у вигляді:

$$p\Psi_s = -r_s i_s; \quad (17)$$

$$p\Psi_f = u_f - r_f i_f;$$

$$i_s = a_s(\Psi_s - \psi_s);$$

$$i_f = a_f(\Psi_f - \psi_f), \quad (18)$$

де Ψ_j, ψ_j, i_j ($j = s, f$) – повні та робочі потокозчеплення і струми обмотки якоря ($j = s$) та індуктора ($j = f$);

u_f – напруга обмотки збудження;

a_i – величини, зворотні індуктивності розсіювання;

r_j – опір обмотки якоря ($j = s$) і обмотки індуктора ($j = f$).

Робочі потокозчеплення знаходимо за формулами:

$$\Psi_s = \frac{i_{ms}}{i_m} \Psi_m; \quad \Psi_f = \frac{i_{mf}}{i_m} \Psi_m, \quad (19)$$

де Ψ_m, i_m – робоче потокозчеплення і намагнічуючий струм машини, пов'язані між собою кривою намагнічування, тобто,

$$\Psi_m = \Psi_m(i_m), \quad (20)$$

причому

$$\begin{aligned} i_m &= \sqrt{i_{ms}^2 + i_{mf}^2 + 2i_{ms}i_{mf} \cos \gamma} \\ i_{ms} &= i_s + i_f \cos \gamma \\ i_{mf} &= i_f + i_s \cos \gamma \end{aligned}, \quad (21)$$

де $\gamma = \omega \cdot t$ – кут повороту ротора;

ω – кутова частота обертання.

Диференціюючи рівняння струмів (18) і рівняння потокозчеплення (19) за часом, і з огляду на залежності (17), (19–21), отримуємо такі рівняння генератора:

$$p \cdot i = G \cdot B, \quad (22)$$

$$\text{де } G = \frac{1}{S \cdot F - M^2} \begin{bmatrix} F & -M \\ -M & S \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} (i_{ms} i_s b + l_\tau) i_f \omega \cdot \sin \gamma - r_s i_s \\ (i_{mf} i_f b + l_\tau) i_s \omega \cdot \sin \gamma + u_f - r_f i_f \end{bmatrix},$$

$$\text{причому } S = \frac{1}{a_s} + i_{ms}^2 b + l_\tau; \quad F = \frac{1}{a_f} + i_{mf}^2 b + l_\tau;$$

$$b = (l_p - l_\tau) / i_m^2; \quad M = i_{ms} i_{mf} b + l_\tau \cos \gamma;$$

$$l_p = d\Psi_m / di_m; \quad l_\tau = \Psi_m / i_m.$$

Величини l_p та l_τ знаходимо за виразом (20). При відсутності насичення $b = 0$, $l_\tau = l_m$, де l_m – індуктивність реакції якоря. Матриці G і B істотно спрощуються.

Для обчислення матриці переходу станів (16), необхідно на кожній ітерації спільно інтегрувати рівняння (8), (22) в межах від 0 до T .

При цьому значення потокозчеплення, напруг і струмів мають відповідати умовам періодичності (4).

Наприклад, за наступними вихідними даними: $r_s = 43$ Ом; $r_f = 11,25$ Ом; $a_s = a_f = 83$ Гн⁻¹; $u_f = 76,5$ В; $\omega = 314,152$ с⁻¹; $\psi = 0,365$, якщо $i_m \leq 2,3$; $\psi = 0,216 i_m + 1,964 - 2,154 \exp(-0,258 i_m)$, якщо $i_m > 2$, виконано розрахунок двофазного короткого замикання модельного синхронного генератора. При нульових початкових умовах для отримання кінцевого резуль-

тату за методом Ньютона потрібно було виконати три ітерації.

На рис. 1 показано експериментальну осцилограму двофазного короткого замикання модельного синхронного генератора, а на рис. 2 – результати розрахунку цього ж режиму. Крива 1 відповідає струмові обмотки якоря i_s , а крива 2 – струмові обмотки індуктора i_f . Хрестиками відмічено експериментальні значення струму i_s , перенесені з експериментальної осцилограми рис. 1.

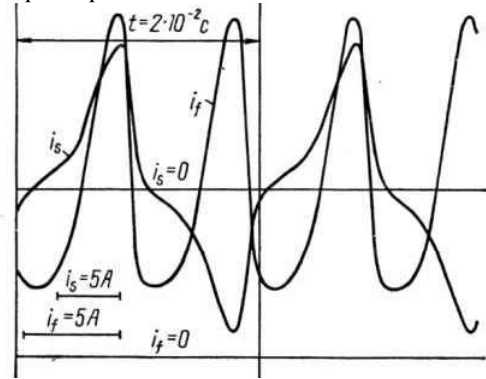


Рис. 1 – Експериментальна осцилограма двофазного короткого замикання модельного синхронного генератора

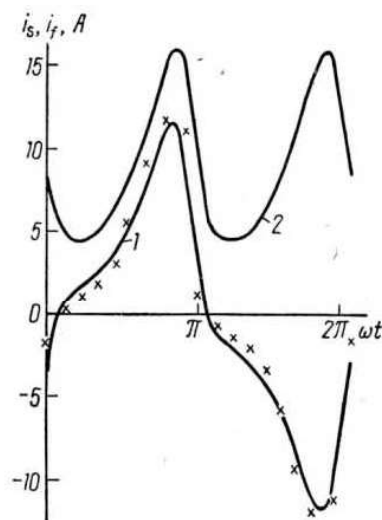


Рис. 2 – Результати розрахунку двофазного короткого замикання модельного синхронного генератора

Запропонований спосіб обчислення матриці переходу станів дає можливість легко поширити методи знаходження початкових умов, що призводять до періодичного режиму, на випадок аналізу стаціонарних процесів електроенергетичних пристроїв, що містять насиченні магнітопроводи.

Висновки.

1. Запропонована математична модель синхронної машини, відмінність якої від традиційних полягає в тому, що, не дивлячись на ступінь деталізації фізичного процесу, її диференціальні рівняння представлено в нормальній формі Коші. Це

істотно спрощує процес обчислень та дає змогу узагальнити їх на аналіз складних систем.

2. Спосіб обчислення матриці переходу станів розширює метод знаходження початкових умов, які призводять до періодичного процесу, на аналіз режимів електроенергетичних пристроїв з насиченими магнітопроводами.

3. Ефективність методу ілюструється розрахунком електромеханічного процесу, яким є двофазне коротке замикання синхронного генератора. Раптове коротке замикання в колі обмоток статора є, незважаючи на відносно малу тривалість, дуже важким процесом як для самої машини, так і для з'єднаних з нею апаратів, ліній передачі та мереж, оскільки сплески струмів, які виникають при раптовому короткому замиканні, можуть перевершувати номінальні значення струмів у 10-15 разів. Цей процес суттєво відрізняється від усталеного короткого замикання. При симетричному усталеному короткому замиканні МРС реакції якоря має постійну в часі амплітуду і, обертаючись синхронно з ротором, не індукуює струмів в обмотках ротора. У випадку раптового короткого замикання струми статора змінюються за величиною, внаслідок чого змінюється і потік реакції якоря, індукуючи струми в обмотках ротора, які, в свою чергу, впливають на струми статора. Наявність подібних трансформаторних зв'язків між статором і ротором робить процес раптового короткого замикання надто складним, що підтверджено осцилограмою та розрахунком.

Список літератури

1. Фильц Р. В. Метод расчета статических характеристик несимметричных режимов насыщенных неявнополюсных машин / Р. В. Фильц, Л. А. Белый // Электричество, №10. – 1976. С. 22-28.
2. Чабан В. И. Основы теории переходных процессов электромашинных систем / В. И. Чабан. – Львов: Вища школа, Изд-во при Львов. ун-те, 1980. – 200 с.
3. Гарасымив И. И. Алгоритм нахождения периодического режима в нелинейных цепях, основанный на использовании метода

- суммирования конечных приращений / И. И. Гарасымив, Б. А. Мандзий // Теорет. электротехника. – 1979, № 27. С. 83-88.
4. Эйприл Т., Трик Т. Анализ стационарного режима нелинейных цепей с периодическими входными сигналами / В кн.: Автоматизация в проектировании. – М.: Мир, 1972. – С. 148–155.
 5. Bilyi L. The Analysis of Electric Machines Electro-Mechanic Process. / L. Bilyi, O. Shpak // The Advanced Science Journal. – 2017. – №12. – P.27-40. – DOI:10.15550/ASI.
 6. Білий Л.А. Моделювання періодичних процесів динамічних систем / Л. А. Білий, О. Л. Шпак // Технічні вісті. – 2018. – №1-2. С.66-67.
 7. Bilyi L. Universal Method of Analysis of electrical Devices / L. Bilyi, O. Shpak // Study of problems in modern science. – Bydgoszcz. – 2015. – P.485-506.

References (transliterated)

1. Fylts R. V. Belyi L. A. Metod rascheta statycheskykh kharakterystyk nesymmetrychnykh rezhymov насыщенных неявнополюсных машин [Method of calculation of static characteristics of asymmetric modes of saturated implicit-pole machines]. *Elektrychestvo*. 1976, no. 3, pp. 22-28.
2. Chaban V. Y. *Osnovy Teoryy Perekhodnykh Protsesov Elektromashynnykh System* [Fundamentals of the theory of transients of electric machine systems]. Lvov, Vyshcha shkola, Yzd-vo pry Lv. Uy-Te Publ, 1980. 200 p.
3. Harasymyv Y. Y. Mandzyi B. A. Alhorytm nakhozhdeniya peryodycheskoho rezhyma v nelyneynykh tsepiakh osnovannyi na yspolzovannyu metoda summyrovaniya konechnykh pryrashcheniy [Algorithm for locating periodic mode in nonlinear chains based on the use of summation of finite increments]. *Teoret. Elektrotekhnika*. 1979, no. 27, pp. 83-88.
4. Eipryl T., Tryk T. *Analysis of the stationary regime of nonlinear chains with periodic input signals* (Rus.ed.: Eipryl T., Tryk T. *Analiz statsyonarnoho rezhyma nelyneynykh tsepei s peryodycheskymy vkhodnyimi sygnalamy*. V kn. avtomatyzatsiya v proektyrovanny. Moscow, Myr Publ., 1972.148–155 p.).
5. Bilyi L. The Analysis of Electric Machines Electro-Mechanic Process. / L. Bilyi, O. Shpak // *The Advanced Science Journal*. 2017, no.12. pp.27-40. – doi:10.15550/ASI.
6. Bilyi L., Shpak O. Modelyuvannya periodychnykh procesiv dy namichnykh system [Simulation of periodic processes of dynamic systems]. *Technical news*. 2018, no.1-2. pp. 66-67.
7. Bilyi L. Universal Method of Analysis of electrical Devices / L. Bilyi, O. Shpak // *Study of problems in modern science*. Bydgoszcz. 2015. pp.485-506.

Надійшла (received) 26.03.2019

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Аналіз періодичних процесів електроенергетичних пристроїв на основі матриці переходу станів / Л.А. Білий, О.С. Поліщук, О.Л. Шпак, С.П. Лісевич // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія «Електричні машини та електромеханічне перетворення енергії». – Х.: НТУ «ХПІ», 2019. - №4 (1329). – С. 111-115. – Бібліогр.: 7 назв. – ISSN 2409-9295.

Анализ периодических процессов электроэнергетических приборов на основе матрицы перехода состояний / Л.А. Билий, О.С. Полищук, О.Л. Шпак, С.П. Лисевич // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія «Електричні машини та електромеханічне перетворення енергії». – Х.: НТУ «ХПІ», 2019. - №4(1329). – С. 111-115. – Бібліогр.: 7 назв. – ISSN 2409-9295.

Analysis of periodic processes of electrical energy devices on the basis of matrix of transition of the states / L.A. Bilyj, O.S. Polishchuk, O.L. Shpak, S.P. Lisevych // Bulletin of NTU «KhPI». Series «Electric machines and electromechanical energy conversion». – Kharkiv.: NTU «KhPI», 2019. –No4(1329). – P. 111-115. – Bibliogr.: 7. – ISSN 2409-9295.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Білий Леонід Адамович, доктор технічних наук, професор, Хмельницький національний університет, тел. +380965410766; e-mail: leonid_bilyi@ukr.net.

Билый Леонид Адамович, доктор технических наук, профессор, Хмельницкий национальный университет, тел. +380965410766; e-mail: leonid_bilyi@ukr.net.

Bilyj Leonid Adamovich, doctor of Technical Sciences, full Professor of Khmel'nitsky National University, tel. +380965410766; e-mail: leonid_bilyi@ukr.net.

Полищук Олег Степанович, кандидат технических наук, доцент, завідувач кафедри машин і апаратів, електромеханічних та енергетичних систем, Хмельницький національний університет, тел. +380987928210; e-mail: opolishchuk71@gmail.com.

Полищук Олег Степанович, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой машин и аппаратов, электромеханических и энергетических систем, Хмельницкий национальный университет, тел. +380987928210; e-mail: opolishchuk71@gmail.com.

Polishchuk Oleh Stepanovich, Ph.D., assistant professor, Head of the Department of Machines and Apparatus, Electromechanical and Power Systems of Khmel'nitsky National University,; tel. +380987928210; e-mail: opolishchuk71@gmail.com.

Шпак Олександр Леонідович, кандидат технических наук, доцент, Хмельницький національний університет; тел. +380687420727; e-mail: ol_shpak@ukr.net

Шпак Александр Леонидович, кандидат технических наук, старший преподаватель, Хмельницький національний університет; тел. +380687420727; e-mail: ol_shpak@ukr.net

Shpak Oleksandr Leonidovich, Ph.D, senior Lecturer of Khmel'nitsky National University; tel. +380687420727; e-mail: ol_shpak@ukr.net

Лісевич Світлана Петрівна, старший викладач, Хмельницький національний університет; тел. +380976721369; e-mail: lisevichsv@gmail.com

Лисевич Светлана Петровна, старший преподаватель, Хмельницький національний університет; тел. +380976721369; e-mail: lisevichsv@gmail.com

Lisevych Svitlana Petrivna, senior Lecturer of Khmel'nitsky National University; tel. +380976721369; e-mail: lisevichsv@gmail.com